

Тригонометрические формулы.

1. Основные тригонометрические тождества			
№	Название	Прямая	Обратная
1	Основное тригонометрическое тождество (тригонометрическая единица)	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$
2	Определение тангенса	$tg\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \right), k - \text{целое число}$	$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = tg\alpha$
3	Определение котангенса	$ctg\alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (\alpha \neq \pi k), k - \text{целое число}$	$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = ctg\alpha$
4	Связь тангенса и котангенса	$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1, \left(\alpha \neq \frac{\pi k}{2} \right), k - \text{целое число}$	
5.	Связь тангенса и косинуса.	$1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \right), k - \text{целое число}$	$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + tg^2 \alpha$
6	Связь котангенса и синуса	$1 + ctg^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\alpha \neq \pi k), k - \text{целое число}$	$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + ctg^2 \alpha$
2. Формулы сложения.			
1	Косинус суммы двух чисел	$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$	$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta)$
2	Косинус разности двух чисел	$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$	$\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$
3	Синус суммы двух чисел	$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$	$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \sin(\alpha + \beta)$
4	Синус разности двух чисел	$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$	$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin(\alpha - \beta)$
5	Тангенс суммы двух чисел	$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$	$\frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta} = tg(\alpha + \beta)$
6	Тангенс разности двух чисел	$tg(\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta}$	$\frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta} = tg(\alpha - \beta)$
3. Формулы двойного и тройного аргументов			

1	Косинус двойного аргумента	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$
2	Косинус двойного аргумента	$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	$2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$
3	Косинус двойного аргумента	$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$	$1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$
4	Косинус двойного аргумента как разность квадратов	$\cos 2\alpha = (\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)$	$(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha) = \cos 2\alpha$
5	Синус двойного аргумента	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$
6	Неполный синус двойного аргумента	$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$	
7.	Тангенс двойного аргумента	$tg 2\alpha = \frac{2tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha}$	$\frac{2tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha} = tg 2\alpha$
8.	Котангенс двойного аргумента	$ctg 2\alpha = \frac{ctg^2 \alpha - 1}{2ctg \alpha}$	$\frac{ctg^2 \alpha - 1}{2ctg \alpha} = ctg 2\alpha$
9	Косинус тройного аргумента	$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$	$4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha = \cos 3\alpha$
10	Синус тройного аргумента	$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$	$3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha = \sin 3\alpha$
4 Формулы понижения степени			
1.	Понижение степени для косинуса (квадрат)	$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$	$\frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \cos^2 \alpha$
2.	Понижение степени для косинуса (куб)	$\cos^3 \alpha = \frac{\cos 3\alpha + 3 \cos \alpha}{4}$	
3.	Понижение степени для синуса (квадрат)	$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$	$\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \sin^2 \alpha$
4	Понижение степени для синуса (куб)	$\sin^3 \alpha = \frac{3 \sin \alpha - \sin 3\alpha}{4}$	
5. Формулы универсальной подстановки.			

1.	Выражение синуса аргумента t через тангенс вдвое меньшего аргумента	$\sin t = \frac{2tg \frac{t}{2}}{1+tg^2 \frac{t}{2}}$	
2.	Выражение косинуса аргумента t через тангенс вдвое меньшего аргумента	$\cos t = \frac{1-tg^2 \frac{t}{2}}{1+tg^2 \frac{t}{2}}$	
3.	Выражение тангенса аргумента t через тангенс вдвое меньшего аргумента	$tgt = \frac{2tg \frac{t}{2}}{1-tg^2 \frac{t}{2}}$	
4.	Выражение котангенса аргумента t через тангенс вдвое меньшего аргумента	$ctgt = \frac{1-tg^2 \frac{t}{2}}{2tg \frac{t}{2}}$	
6. Формулы половинного аргумента			
1.	Косинус половинного аргумента	$\left \cos \frac{\alpha}{2} \right = \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}}$, знак корня зависит от того, в какой четверти лежит число $\frac{\alpha}{2}$.	
2.	Синус половинного аргумента	$\left \sin \frac{\alpha}{2} \right = \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{2}}$, знак корня зависит от того, в какой четверти лежит число $\frac{\alpha}{2}$.	
3.	Тангенс половинного аргумента	$\left tg \frac{\alpha}{2} \right = \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}}$, знак корня зависит от того, в какой четверти лежит число $\frac{\alpha}{2}$.	

4.	Дополнительные формулы тангенса половинного аргумента	$tg \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$	
5.	Котангенс половинного аргумента	$\left ctg \frac{\alpha}{2} \right = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$, знак корня зависит от того, в какой четверти лежит число $\frac{\alpha}{2}$.	
6.	Дополнительные формулы котангенса половинного аргумента	$ctg \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$	
7. Преобразование тригонометрических функций в произведение			
1.	Сумма синусов двух чисел	$\sin t + \sin s = 2 \sin \frac{t+s}{2} \cos \frac{t-s}{2}$	
2.	Разность синусов двух чисел	$\sin t - \sin s = 2 \cos \frac{t+s}{2} \sin \frac{t-s}{2}$	
3.	Сумма косинусов двух чисел	$\cos t + \cos s = 2 \cos \frac{t+s}{2} \cos \frac{t-s}{2}$	
4.	Разность косинусов двух чисел	$\cos t - \cos s = -2 \sin \frac{t+s}{2} \sin \frac{t-s}{2}$	
5.	Сумма тангенсов двух чисел	$tgt + tgs = \frac{\sin(t+s)}{\cos t \cos s}$	
6.	Разность тангенсов двух чисел	$tgt - tgs = \frac{\sin(t-s)}{\cos t \cos s}$	
7.	Сумма котангенсов двух чисел	$ctgt + ctgs = \frac{\sin(t+s)}{\sin t \sin s}$	
8.	Разность котангенсов двух чисел	$ctgt - ctgs = \frac{\sin(s-t)}{\sin t \sin s}$	
8. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.			
1.	Произведение синусов двух разных аргументов	$\sin t \sin s = \frac{1}{2} (\cos(t-s) - \cos(t+s))$	

2	Произведение косинусов двух разных аргументов	$\cos t \cos s = \frac{1}{2}(\cos(t+s) + \cos(s-t))$	
3.	Произведение разноименных функций	$\sin t \cos s = \frac{1}{2}(\sin(t+s) + \sin(t-s))$	